**Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**

CETUC/PUC-Rio - Prof. Rodrigo de Lamare

Lista de Exercícios - 6

1. Seja uma variável aleatória uniforme no intervalo [0,1]. Considere o processo estocástico descrito por

a) Determine a função densidade de probabilidade da variável aleatória definida no instante t.

b) Calcule a função média e a função autocorrelação do processo .

2. Um processor estocástico é definido da seguinte forma: em um intervalo de tempo qualquer [(n-1)T, nT), n inteiro, o processo assume os valores e com probabilidades respectivamente iguais a p e a 1-p sendo os valores de , em dois intervalos distintos, estatisticamente independentes.

a) Esboce uma função-amostra típica deste processo estocástico.

b) Para um instante genérico t, encontre a função densidade de probabilidade associada à variável aleatória .

c) Encontre a função média do processo estocástico.

d) Encontre o valor médio quadrático do processo estocástico.

e) Qual a probabilidade de se observar uma função-amostra que não ultrapasse o valor A/2 em t=T/4?

f) Encontre a função autocorrelação

3. Dado um processo estocástico com média nula e função autocorrelação (), defina um novo processo estocástico através da relação

,

em que é uma função determinística. Encontre a função autocorrelação do processo .

4. Um processo estocástico tem funções-amostra da forma

,

em que A é uma variável aleatória com média e variância , f é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo [0,f0] e é uma variável aleatória uniformemente distribuída no intervalo [0, 2]. Considere que A, f e são estatisticamente independentes.

a) Determine a função autocorrelação , em que .

b) Calcule a densidade espectral de potência do processo estocástico

5. Um processo estocástico Gaussiano tem média

e função autocorrelação dada por

O processo passa através de um sistema linear cuja resposta ao impulso é

,

em que u(t) denota a função degrau unitário. Determine a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias y0=y(0) e y1=y(1), ou seja, determine .

6. Os processos estocásticos e são conjuntamente estacionários no sentido amplo, tendo função correlação cruzada dada por

e densidade espectral cruzada

Considere que e são processos estocásticos obtidos, respectivamente, pela passagem dos processos e através de sistemas lineares com resposta ao impulso e , conforme ilustrado na figura abaixo.

g(t)

h(t)

a) Determine em função de , e .

b) Determine em função de , e .

7. Um dado terminal de computador é conectado à Internet através de um servidor que consiste em um buffer para armazenar as informações geradas pelo terminal e um modem para transmitir estas informações em direção à Internet. O terminal gera blocos de bits, conhecidos como pacotes, a uma taxa de 2 pacotes por segundo. Sabe-se que a geração de pacotes se dá de acordo com um processo estocástico de Poisson e que o número de bits de cada pacote é uma variável aleatória com média 500 bits. Supondo-se que o modem opera com uma taxa de transmissão de R bits/s.

a) Expresse, em função de R, o tempo médio de serviço (tempo médio para transmitir cada pacote) e a intensidade do tráfego de entrada.

b) Qual o menor valor da taxa de transmissão R que permite o escoamento do tráfego de entrada?

c) Supondo-se agora que R=2,4 kbit/s, determine a vazão do servidor e o tempo médio que um pacote permanece no servido (retardo).

d) Suponha que a taxa de transmissão é dobrada. Determine os novos valores de vazão e retardo.

8. Na linha de montagem de um determinado equipamento, uma máquina solda capacitores em placas de circuito impresso. Dependendo do tipo de placa, o número de capacitores a serem soldados varia, o que faz com que o tempo x gasto na soldagem dos capacitores de uma placa seja modelado como uma variável aleatória exponencial de média igual a 100 milissegundos. Sabe-se que as placas de circuito impresso chegam à máquina de acordo com um processo de Poisson a uma taxa de 480 placas por minuto. Além disso, ao chegarem à máquina as placas aguardam numa fila até que o processo de soldagem dos capacitores seja iniciado.

a) Determine a vazão do sistema de soldagem e o tempo médio gasto no processo de soldagem dos capacitores de uma placa.

b) Suponha que a máquina descrita acima seja substituída por uma máquina mais rápida. Quantas vezes mais rápida deve ser a nova máquina para que o tempo médio de soldagem se reduza a 20% do tempo do item a)?