**Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**

CETUC/PUC-Rio - Prof. Rodrigo de Lamare

Lista de Exercícios - 2

1. Considere o lançamento de 2 dados e a experiência cujo resultado consiste na soma do número de pontos das faces dos dados que ficaram voltadas para cima.

a) Defina esta soma como uma variável aleatória x.

b) Esboce a sua função distribuição de probabilidade.

c) Calcule a probabilidade de x assumir um valor no intervalo [7 , 9].

2. Considere o tempo de vida em horas de um tipo de lâmpadas. Este tempo de vida pode ser modelado por uma variável aleatória t com função densidade de probabilidade exponencial dada por

$$p\_{t}\left(T\right)=ae^{-aT}u\left(T\right).$$

a) Determine e esboce a função distribuição de probabilidade da variável aleatória t.

b) Supondo que a probabilidade do tempo de vida destas lâmpadas exceder 200 horas é $e^{-1}$, calcule o valor $T\_{0}$ tal que a probabilidade do tempo de vida da lâmpada ser inferior a $T\_{0}$ seja 0,1.

3. Mostre que se x é uma variável aleatória com densidade de probabilidade exponencial dada por

$$p\_{t}\left(T\right)=ae^{-aT}u\left(T\right),$$

então

$$P\left(x>b\right)=P(x>c).$$

4. Um indústria decidiu instalar em sua fábrica um regulador de tensão para compensar as variações de tensão da rede local. Considere v a variável que caracteriza a tensão de saída do regulador. Em particular, o regulador de tensão funciona bem se a temperatura ambiente t ( em graus Celsius) se encontra no intervalo [10, 40]. Por este motivo, a tensão v de saída do regulador quando a temperatura ambiente está entre 10 e 40 graus Celsius pode ser considerada constante e igual a V0>0. Caso a temperatura ambiente não esteja neste intervalo, a tensão v de saída do regulador pode ser modelada por uma variável aleatória Gaussiana com parâmetros m = V0 e σ = V0/4.

a) Determine e esboce a função densidade de probabilidade da variável aleatória v.

b) Considerando que a temperatura ambiente t pode ser modelada por uma variável aleatória Gaussiana com parâmetros m = 30 e σ= 5, calcule a probabilidade de a tensão de saída do regulador ser inferior a V0/2.

5. Considere a função densidade de probabilidade conjunta dada por

$$p\_{xy}\left(X,Y\right)=\left\{\begin{matrix}\frac{1}{π}, X^{2}+Y^{2}\leq 1\\0, X^{2}+Y^{2}>1\end{matrix}\right.$$

a) Encontre $p\_{x|y=Y}\left(X\right).$

b) Verifique se x e y são ou não variáveis aleatórias estatisticamente independentes.

c) Calcule a probabilidade de x ser positivo sendo que y é positivo.

d) Calcule a probabilidade de x ser maior do que y.

6. Uma fábrica produz peças de 2 tipos: A e B. Considere que os tempos de vida das peças dos tipos A e B podem ser adequadamente modelados pelas variáveis aleatórias x e y, respectivamente. Suponha que, através de experimentos, se tenha verificado que a função densidade de probabilidade conjunta de x e y é dada por

 $p\_{xy}\left(X,Y\right)=\frac{10^{-4}}{6}e^{-\left(\frac{X}{200}+\frac{Y}{300}\right)}u\left(X\right)u(Y)$.

a) Determine a probabilidade de que uma peça do tipo B falhe antes do que uma peça do tipo A.

b) Verifique se as variáveis aleatórias x e y são ou não estatisticamente independentes.

7. A densidade de probabilidade conjunta de 2 variáveis aleatórias x e y é descrita por

$$p\_{xy}\left(X,Y\right)=g\left(X\right)h\left(Y\right).$$

a) Determine $p\_{x}\left(X\right)$ e $p\_{y}\left(Y\right)$.

b) Verifique se x e y são ou não variáveis aleatórias independentes. Explique.