**Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**

CETUC/PUC-Rio - Prof. Rodrigo de Lamare

Lista de Exercícios - 1

1. Considerando o espaço de amostras definido por $Ω=\{1,2,3,4,5,6\}$ e os subjconjuntos $A=\left\{1,2\right\}$, $B=\{1,3,5\}$ e $C=\{2,4,6\}$, encontre:

a) $A ∪ B$

b) $A ∪ C$

c) $A ∩ B ∩C$

d) $\overbar{A} ∩ B $

e) $(A-B)∪ C$

2. Mostre que as operações de união e interseção sobre conjuntos são associativas, ou seja,

$$\left(A ∪ B \right)∪C=A ∪ \left(B ∪C\right)$$

e

$$\left(A ∩ B \right)∩C=A ∩ \left(B ∩C\right)$$

3. Mostre que a interseção é distributiva sobre a união, ou seja,

$$A∩\left(B ∪ C \right)=\left(A ∩B\right)∪ \left(B ∩C\right)$$

Verifique se a união é distributiva sobre a interseção. Explique

4. Considere uma rede de comunicações com 3 dispositivos (a, b, c) e 3 enlaces (ab, bc e ac) conforme ilustrado na figura abaixo.

Cada elemento da rede pode encontrar-se em 2 possíveis estados: em operação ou fora de operação. Supõe-se que há comunicação entre 2 dispositivos quando ambos estão operando e existe entre eles pelo menos um percurso em operação (um conjunto de elementos entre 2 dispositivos corresponde a um percurso). Considerando o experimento que consiste em observar os estados, dos enlaces e dos dispositivos em um instante de tempo, determine:

a) uma representação compacta para um ponto-amostra

b) o número de pontos-amostra no espaço de amostras

c) o número de pontos-amostra pertencentes aos eventos dados por

 A ={ ω ϵ Ω: a e c podem se comunicar}

 B ={ ω ϵ Ω: a se comunica com b e com c}

 C ={ ω ϵ Ω: a e c não se comunicam através do enlace ac}

 D = A U B

 E = A ∩ B

 F = A ∩ C

5. Considerando o lançamento de um dado com as faces numeradas de 1 a 6. determine o espaço de amostras, Ω, associado a esta experiência. Considere agora os eventos A ={1} e B={3,4} . Estes subconjuntos de Ω constituem uma classe de eventos que será denominada C. Determine a σ-álgebra gerada pela classe C = {A,B}.

6. Um assinante a de uma empresa de telefonia de um país A pode ser comunicar com um assinante b de uma empresa de telefonia de um país B através de 2 empresas E1 e E2. A probabilidade de congestionamento em E1 é 0,05, enquanto que a probabilidade de congestionamento em E2 vale 0,02. Além disso, sabe-se que se E1 está congestionada a probabilidade de E2 estar congestionada é 0,15. Determine a probabilidade de que o assinante a consiga se comunicar com o assinante b.

7. O painel de controle de um equipamento possui 2 lâmpadas A e B. O equipamento é composto por dois módulos 1 e 2 sujeitos à falha. Quando ocorre uma falha no equipamento, a probabilidade de que ela seja proveniente do módulo 2 é 0,7. Ocorrendo uma falha no equipamento uma das duas lâmpadas do painel se acende. Sabe-se ainda que se a falha provém do módulo 1, A se acende com probabilidade 0,6 e B se acende com probabilidade 0,4. Por outro lado, se a falha provém do módulo 2, A se acende com probabilidade 0,3 e B se acende com probabilidade 0,7. Determine:

a) A probabilidade de o módulo 1 ter falhado quando A se acende

b) A probabilidade de B se acender quando ocorre uma falha

8. Dois jogadores lançam, em jogadas alternadas, um par de dados de 6 faces. Aquele que primeiro fizer sete pontos é o vencedor. Determine a probabilidade de o jogador que inicia o jogo ser o vencedor.