**Modelos Probabilísticos em Engenharia Elétrica**

**CETUC/PUC-Rio - Prof. Rodrigo de Lamare**

**Prova – 1 – 2015.1**

**Questão 1**: (3 pontos)

Sejam A e B dois eventos tais que $P(A) = 1/4$, $P(B|A) = 1/2$ e $P(A|B) =1/4$. Diga se as afirmativas abaixo são falsas ou verdadeiras e justifique a resposta.

a) Os eventos A e B são mutuamente exclusivos; (0.6 ponto)

b) O evento A está contido em B, ou seja, $A⊂B$; (0.6 ponto)

c) Os eventos A e B são estatisticamente independentes; (0.6 ponto)

d) $P(B) = 3/4$; (0.6 ponto)

e) $P\left(\overbar{B}\right)=3/4$. (0.6 ponto)

**Questão 2**: (3.5 pontos)

Considere uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade dada por

 $p\_{x}\left(X\right)=\left\{\begin{array}{c}kX, \&0<X<1\\0, \&caso contrário\end{array}\right.$,

em que k é uma constante.

a) Determine o valor de k e esboce $p\_{x}\left(X\right)$; (1 ponto)

b) Determine e esboce a função distribuição de probabilidade $F\_{x}(X)$; (1 ponto)

c) Calcule $P(1/4 < X \leq 2)$; (0.5 ponto)

d) Considere a função $g\_{x}\left(X\right)=\frac{1}{\sqrt{2π}}e^{(-X^{2}+X-a)/2},-\infty <X<\infty $ . Encontre o valor de a tal que $g\_{x}\left(X\right)$ seja a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua x. (1 ponto)

**Questão 3**: (3.5 pontos)

A função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias x e y é descrita por

 $p\_{x,y}\left(X,Y\right)=\left\{\begin{array}{c}c XY, \&0<X<1, 0<Y<1\\0, \&caso contrário\end{array}\right.$,

em que c é uma constante.

a) Determine o valor de c. (1 ponto)

b) As variáveis aleatórias x e y são estatisticamente independentes? Explique. (1.5 ponto)

c) Calcule P(x+y< 1) e esboce a região do plano correspondente ao evento. (1 ponto)